

1次元トポロジカル絶縁体の対称性とトポロジカル不変量

理論物理学研究室 20041023 依田 海斗

1. Su-Schrieffer-Heeger モデル

トポロジカル絶縁体の簡単なモデルとして Su-Schrieffer-Heeger (SSH) モデルがある。これは、2つの格子点 $2j-1, 2j$ をユニットセルとした1次元格子上的フェルミオンのモデル (図1) であり、そのハミルトニアンは、

$$H_s = -(1-s) \sum_j (c_{2j-1}^\dagger c_{2j} + c_{2j}^\dagger c_{2j-1}) - s \sum_j (c_{2j}^\dagger c_{2j+1} + c_{2j+1}^\dagger c_{2j})$$

で与えられる ($0 \leq s \leq 1$)。この系のトポロジカル不変量 w は

$$w = \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} dk \langle \psi_k | \sigma_z \partial_k | \psi_k \rangle \in \mathbb{Z} \quad \dots (1)$$

により計算でき、 $0 \leq s < 1/2$ は $w = 0$ となり、 $1/2 < s \leq 1$ は $w = 1$ となる。

また、 $w = 0, 1$ 以外の系も考えることもでき、粒子が遠くまでホップする

$$H_t = -(1-t) \sum_j (c_{2j-1}^\dagger c_{2j+2} + c_{2j+2}^\dagger c_{2j-1}) - t \sum_j (c_{2j}^\dagger c_{2j+3} + c_{2j+3}^\dagger c_{2j})$$

というモデル (図2) では、 $0 \leq t < 1/2$ は $w = -1$ となり、 $1/2 < t \leq 1$ は $w = 2$ となる。

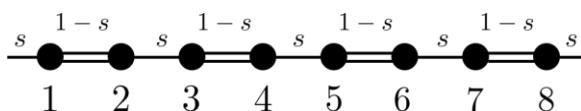


図1 標準の SSH モデル

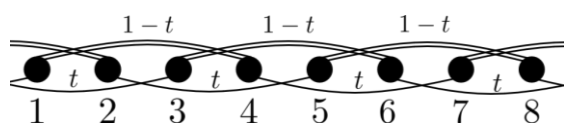


図2 $w = -1, 2$ を持つ長距離ホッピングモデル

2. 対称性

ハミルトニアン H_s, H_t は時間反転対称性、粒子正孔対称性、カイラル対称性を持つ。さらに時間反転演算子 Θ 、荷電共役演算子 Ξ が $\Theta^2 = 1, \Xi^2 = 1$ を満たすのでクラス BDI に分類される。このクラスの1次元系のトポロジカル不変量は $\mathbb{Z}$ (整数) で与えられる ((1)式)。

ここで粒子正孔対称性のみがある系について考える。この系はクラス D に分類され、1次元系のトポロジカル不変量は $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ で与えられる。これは

$$\nu = \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} dk \langle \psi_k | \partial_k | \psi_k \rangle \in \mathbb{Z}_2$$

によって計算でき、 $\nu = w \pmod{2}$ である。

3. 発表内容

クラス BDI であると、 $w = 0$ と $w = 2$ の相 (図3) は連続変形では繋がらない。しかし対称性を減らしクラス D にすることで、この2つの相は $\nu = 0$ の相になる。今回はこの対称性を減らすようなハミルトニアンを考え、この2つの相のトポロジカル不変量について考察する。

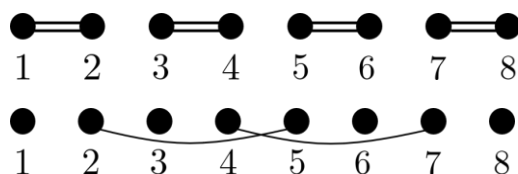


図3

$w = 0 (s = 0)$ の相 (上) と $w = 2 (t = 1)$ の相 (下)