

# 1次元量子スピン系における 二つのトポロジカル相をつなぐ状態

16041065 前川大輔

論文準備中

Daisuke Maekawa and Hal Tasaki “Modified Valence-Bond States that Connect the AKLT State and the Zero State in Quantum Spin Chains: The Difference Between Odd and Even Spins” (J.Math.Phys.投稿予定)

# 背景と目標

## ■ スピンSの1次元反強磁性スピン系

( $S = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ はスピン角運動量の大きさ)



$$\hat{H} = \sum_{x=1}^L \mathbf{S}_x \cdot \mathbf{S}_{x+1}$$

## ■ 基底状態の性質がSに依存する。

- Halden 1983 (2016 ノーベル物理学賞) :
  - Sが半奇数 → 基底状態は臨界的
  - Sが整数 → 基底状態は乱れている
- Pollmann 他 2010 :
  - Sが奇数 → 基底状態は非自明なSPT相
  - Sが偶数 → 基底状態は自明なSPT相(SPT相=対称性に守られたトポロジカル相)

新たに導入するAlpha状態を用いて

S=1とS=2の系の本質的な違いを調べる。

# 目次

■  $S=1$

■  $S=2$

■ まとめ

# 目的(S=1)

■ VBS(valence bond solid)状態  $|\text{VBS}\rangle = \left(\bigotimes_{x=1}^L S_x\right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,R}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle - |\downarrow_{x,R}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle) \right\}$   
(Affleck 他 1987)

- ハイゼンベルクモデル  $\hat{H} = \sum_{x=1}^L \mathbf{S}_x \cdot \mathbf{S}_{x+1}$  の基底状態の近似
- 乱れた基底状態

■ ゼロ状態  $|0 \cdots 0\rangle$

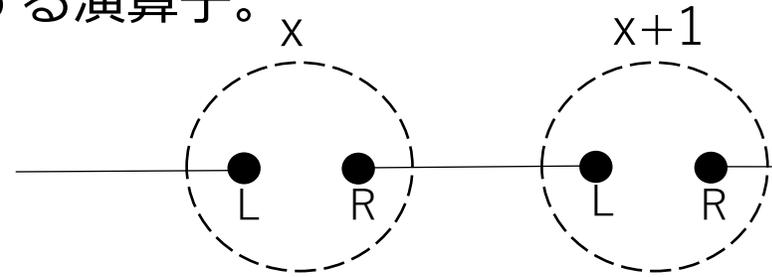
- 自明なモデル  $\hat{H}_0 = \sum_{x=1}^L (S_x^{(3)})^2$  の基底状態
- 自明な乱れた基底状態

- 二つの状態を、時間反転対称性を保ったまま繋ぐとトポロジカルな相転移が起こる。
- 必要な対称性を破ることで、VBS状態とゼロ状態を相転移させずに繋がられることを相関関数を計算することによって示す。

# VBS状態の詳細とAlpha状態の導入

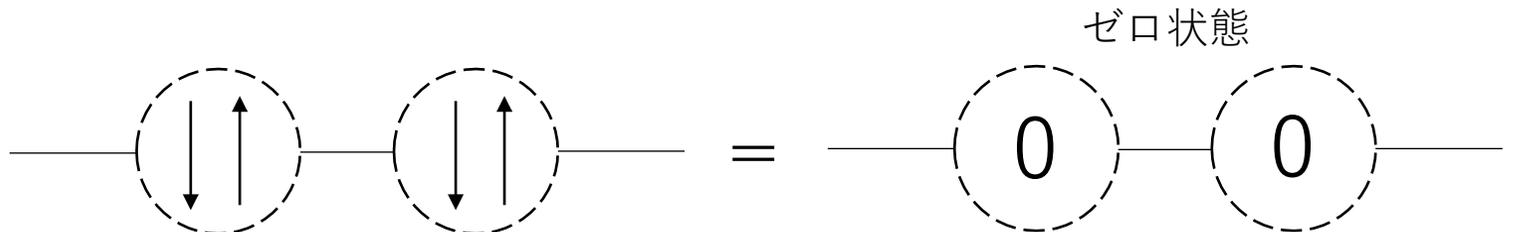
■ VBS状態 
$$|VBS\rangle = \left( \bigotimes_{x=1}^L S_x \right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,R}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle - |\downarrow_{x,R}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle) \right\}$$

- 各サイトのS=1 を、左右二つのS=1/2 (LとR) に分けて考える。
- (x,R)と(x+1,L)がsingletペア。
- 対称化演算子 $S$ は、L、R二つのスピンをS=1へ射影する演算子。



■ Alpha状態 
$$|\Phi_\alpha\rangle = \left( \bigotimes_{x=1}^L S_x \right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,R}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,R}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle) \right\} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

- $\alpha = 1$  でVBS状態と一致。
- $\alpha = 0$  でゼロ状態と一致。



# Alpha状態の行列積表示

$$|\Phi_\alpha\rangle = \left(\bigotimes_{x=1}^L \mathcal{S}_x\right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,R}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,R}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle) \right\} \quad (0 \leq \alpha \leq 1)$$

■ 行列積表示と呼ばれる方法で標準的な基底に展開できる

- $|\Phi_\alpha\rangle = \sum_{\sigma} c_{\sigma} |\sigma_1\rangle \cdots |\sigma_L\rangle \quad (\sigma_x = +1, 0, -1)$   
 $c_{\sigma} = \text{Tr}[A^{(\sigma_1)} \cdots A^{(\sigma_L)}]$

- 行列  $A^{\sigma}$

$$A^{(+1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(0)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad A^{(-1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# 転送行列を用いたAlpha状態の内積の表現

- 転送行列 $\tilde{A}$ を用いたAlpha状態の内積

$$\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle = \sum_{\sigma} c_{\sigma}^2 = \text{Tr}[\tilde{A}^L]$$

- 転送行列の形と固有値

$$\tilde{A} = \sum_{\sigma=-1}^1 A^{\sigma} \otimes A^{\sigma} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ \alpha^2 & \frac{\alpha^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} \lambda_{\pm} &= \frac{\alpha^2 + 1 \pm \sqrt{\alpha^4 + 14\alpha + 1}}{4} \\ \lambda_0 &= -\frac{\alpha}{2} \quad (\text{2重縮退}) \end{aligned}$$



$$\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle = (\lambda_+)^L + 2(\lambda_0)^L + (\lambda_-)^L$$

# Alpha状態の相関関数

格子点 $x$ での1,2,3軸方向のスピン演算子を  $\hat{S}_x^{(1)}$ ,  $\hat{S}_x^{(2)}$ ,  $\hat{S}_x^{(3)}$  と表す。

■ 距離  $r$  離れた  $\hat{S}^{(3)}$  どうしの相関関数

$$\langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(3)} \hat{S}_{1+r}^{(3)} | \Phi_\alpha \rangle = \text{Tr}[\tilde{B}\tilde{A}^{r-1}\tilde{B}\tilde{A}^{L-r-1}]$$

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ \alpha^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

■ 格子サイズ $L$ 無限大での相関関数

$$\lim_{L \uparrow \infty} \frac{\langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(3)} \hat{S}_{1+r}^{(3)} | \Phi_\alpha \rangle}{\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle} = \frac{4}{3} (-1)^r e^{-\frac{r}{\xi^{(3)}}}$$

$$\xi^{(3)} = \frac{1}{\log(-\frac{\lambda_+}{\lambda_-})}$$

# Alpha状態の相関関数その2

$$\text{昇降演算子 } \hat{S}^\pm = \hat{S}^{(1)} \pm i\hat{S}^{(2)}$$

- 距離  $r$  離れた  $\hat{S}^{(1)}$  どうし、  $\hat{S}^{(2)}$  どうしの相関関数

$$\begin{aligned} \langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(1)} \hat{S}_{1+r}^{(1)} | \Phi_\alpha \rangle &= \langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(2)} \hat{S}_{1+r}^{(2)} | \Phi_\alpha \rangle \\ &= \frac{1}{4} \langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^+ \hat{S}_{1+r}^- + \hat{S}_1^- \hat{S}_{1+r}^+ | \Phi_\alpha \rangle \\ &= \frac{1}{4} \{ \text{Tr}[\tilde{D}^+ \tilde{A}^{r-1} \tilde{D}^- \tilde{A}^{L-r-1}] + \text{Tr}[\tilde{D}^- \tilde{A}^{r-1} \tilde{D}^+ \tilde{A}^{L-r-1}] \} \end{aligned}$$

$$\tilde{D}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha & -\alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\tilde{D}^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^2 \\ -\alpha & -\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 格子サイズ  $L$  無限大での相関関数

$$\lim_{L \uparrow \infty} \frac{\langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(1)} \hat{S}_{1+r}^{(1)} | \Phi_\alpha \rangle}{\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle} = \frac{(\lambda_+ + \frac{1}{2})(\lambda_+ + \frac{\alpha^2}{2})}{2(\lambda_+ - \frac{\alpha^2 + 1}{4})\lambda_+} (-1)^r e^{-\frac{r}{\xi^{(1,2)}}}$$

$$\xi^{(1,2)} = \frac{1}{\log(-\frac{\lambda_+}{\lambda_0})}$$

# S=1についての結果

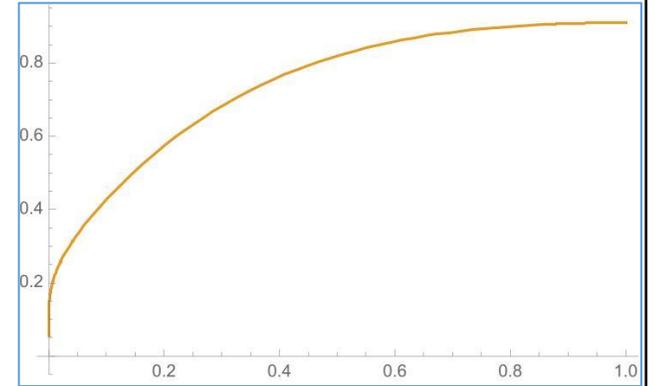
$$\lim_{L \uparrow \infty} \frac{\langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(3)} \hat{S}_{1+r}^{(3)} | \Phi_\alpha \rangle}{\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle} = \frac{4}{3} (-1)^r e^{-\frac{r}{\xi^{(3)}}}$$

$$\lim_{L \uparrow \infty} \frac{\langle \Phi_\alpha | \hat{S}_1^{(1)} \hat{S}_{1+r}^{(1)} | \Phi_\alpha \rangle}{\langle \Phi_\alpha | \Phi_\alpha \rangle} = \frac{(\lambda_+ + \frac{1}{2})(\lambda_+ + \frac{\alpha^2}{2})}{2(\lambda_+ - \frac{\alpha^2+1}{4})\lambda_+} (-1)^r e^{-\frac{r}{\xi^{(1,2)}}}$$

$$\lambda_{\pm} = \frac{\alpha^2 + 1 \pm \sqrt{\alpha^4 + 14\alpha + 1}}{4} \quad \lambda_0 = -\frac{\alpha}{2}$$

$$\xi^{(3)} = \frac{1}{\log(-\frac{\lambda_+}{\lambda_-})}$$

$$\xi^{(1,2)} = \frac{1}{\log(-\frac{\lambda_+}{\lambda_0})}$$



$\xi^{(3)}, \xi^{(1,2)}$ のグラフ

- 一般に転移点付近では相関距離  $\xi$  が発散する。
- 右上のグラフの通り、このモデルにおいて  $\xi^{(3)}, \xi^{(1,2)}$  は発散しない。



- 相転移を経ずにVBS状態とゼロ状態を連続につなげられる。
- ただし  $|\Phi_\alpha\rangle$  は時間反転対称性を持たない。(これは後ほど)

# 目次

■  $S=1$

■  $S=2$

■ まとめ

# 目的(S=2)

■ VBS状態 
$$|VBS\rangle = \left(\bigotimes_{x=1}^L S_x\right) \left\{ \left(\bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,3}\rangle|\downarrow_{x+1,1}\rangle - |\downarrow_{x,3}\rangle|\uparrow_{x+1,1}\rangle)(|\uparrow_{x,4}\rangle|\downarrow_{x+1,2}\rangle - |\downarrow_{x,4}\rangle|\uparrow_{x+1,2}\rangle)\right) \right\}$$

● ハイゼンベルクモデル  $\hat{H} = \sum_{x=1}^L S_x \cdot S_{x+1}$  の基底状態の近似

- 自明な乱れた基底状態

■ ゼロ状態 
$$|0 \cdots 0\rangle = \bigotimes_{x=1}^L |0_x\rangle$$

● 自明なモデル  $\hat{H}_0 = \sum_{x=1}^L (S_x^{(3)})^2$  の基底状態

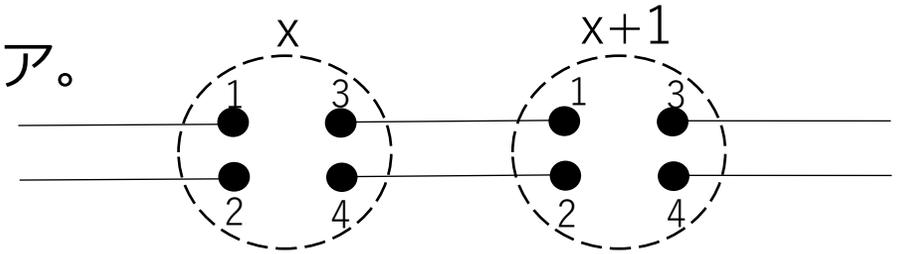
- 自明な乱れた基底状態

- S=2の場合はこの二つの状態が対称性を保ったまま相転移を起こさずにつながる事が予想される。
- 相転移を起こさないことと、時間反転対称であることを示す。

# VBS状態とAlpha状態(S=2)

■ VBS状態 
$$|VBS\rangle = \left( \bigotimes_{x=1}^L S_x \right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,3}\rangle |\downarrow_{x+1,1}\rangle - |\downarrow_{x,3}\rangle |\uparrow_{x+1,1}\rangle) (|\uparrow_{x,4}\rangle |\downarrow_{x+1,2}\rangle - |\downarrow_{x,4}\rangle |\uparrow_{x+1,2}\rangle) \right\}$$

- 各サイトの  $S=1$  を、4つの  $S=1/2$  (1,2,3,4)に分けて考える。
- $(x,3)$ と $(x+1,1)$ ,  $(x,4)$ と $(x+1,2)$ がそれぞれsingletペア。
- 対象化演算子 $S$ は、 $S=2$ へ射影する演算子。



■ Alpha状態 
$$|\Phi_\alpha^{S=2}\rangle = \left( \bigotimes_{x=1}^L S_x \right) \left\{ \bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,3}\rangle |\downarrow_{x+1,1}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,3}\rangle |\uparrow_{x+1,1}\rangle) (\alpha |\uparrow_{x,4}\rangle |\downarrow_{x+1,2}\rangle - |\downarrow_{x,4}\rangle |\uparrow_{x+1,2}\rangle) \right\}$$
  
 $(0 \leq \alpha \leq 1)$

- $\alpha = 0$  でゼロ状態、 $\alpha = 1$  でVBS状態と一致。

# S=2 Alpha状態の時間反転対称性

時間反転の変換  $|\uparrow\rangle \Rightarrow |\downarrow\rangle \quad |\downarrow\rangle \Rightarrow -|\uparrow\rangle$

## ■ S=1 Alpha状態

- 異なる状態に変化しているため時間反転対称ではない。

$$\left(\bigotimes_{r=1}^L \mathcal{S}_x\right) \left\{ \left(\bigotimes_{r=1}^L (|\uparrow_{x,R}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,r}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle)\right) \right\}$$

↓

$$\left(\bigotimes_{x=1}^L \mathcal{S}_x\right) \left\{ \left(\bigotimes_{x=1}^L (-|\downarrow_{x,R}\rangle |\uparrow_{x+1,L}\rangle + \alpha |\uparrow_{x,r}\rangle |\downarrow_{x+1,L}\rangle)\right) \right\}$$

## ■ S=2 Alpha状態

- 同じ状態なので、時間反転対称である。

$$\left(\bigotimes_{x=1}^L \mathcal{S}_x\right) \left\{ \left(\bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,3}\rangle |\downarrow_{x+1,1}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,3}\rangle |\uparrow_{x+1,1}\rangle)(\alpha |\uparrow_{x,4}\rangle |\downarrow_{x+1,2}\rangle - |\downarrow_{x,4}\rangle |\uparrow_{x+1,2}\rangle)\right) \right\}$$

↓

$$\left(\bigotimes_{x=1}^L \mathcal{S}_x\right) \left\{ \left(\bigotimes_{x=1}^L (|\uparrow_{x,4}\rangle |\downarrow_{x+1,2}\rangle - \alpha |\downarrow_{x,4}\rangle |\uparrow_{x+1,2}\rangle)(\alpha |\uparrow_{x,3}\rangle |\downarrow_{x+1,1}\rangle - |\downarrow_{x,3}\rangle |\uparrow_{x+1,1}\rangle)\right) \right\}$$

# Alpha状態の行列積表示と転送行列

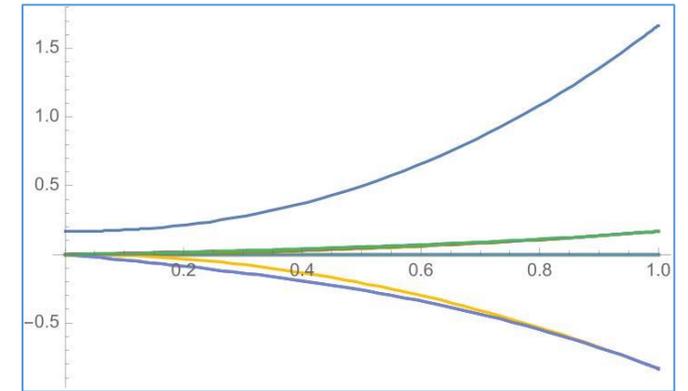
## ■ 行列積表示

●  $|\Phi_\alpha^{S=2}\rangle = \sum_{\sigma} c_\sigma |\sigma_1\rangle \cdots |\sigma_L\rangle \quad (\sigma_x = 0, \pm 1, \pm 2) \quad c_\sigma = \text{Tr}[A^{(\sigma_1)} \cdots A^{(\sigma_L)}]$

$$A^{(-2)} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(-1)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & -\alpha^2 \end{pmatrix} \quad A^{(+1)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(+2)} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ 転送行列 $\tilde{A} = \sum_{\sigma=-1}^1 A^\sigma \otimes A^\sigma$

- 固有値は右図のようになった。(横軸は $\alpha$ )
- 絶対値最大の固有値とそのほかの間に常にギャップが存在
- 相関距離 $\xi$ は発散しない



図：固有値のプロット

時間反転対称性を保ったままVBS状態とゼロ状態をつなげられる。

➡ VBS状態は自明なSPT相に属する。(SPT相=対称性に守られたトポロジカル相)

# Alpha状

## ■ 行列積表

●  $|\Phi_{\alpha}^{S=2}\rangle =$

$$A^{(-2)} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ 転送行列

● 固有値は

● 絶対値最

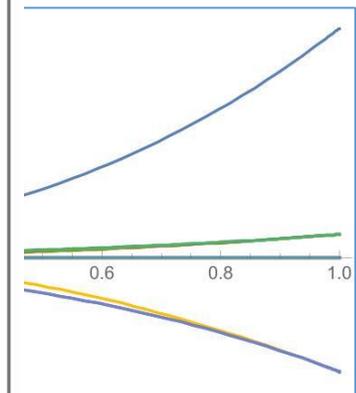
● 相関距離

時間反転対

→ VBS状態

$\frac{a^2}{6}$	0	0	0	0	$a^2$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{4}$	$\frac{a^2}{4}$	0	0	$\frac{a^2}{4}$	$\frac{a^2}{4}$
0	$\frac{a^2}{6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$-\frac{a}{6}$	$-\frac{a}{6}$	0	0	0	0	0	$-\frac{a}{4}$	0	0	0	$-\frac{a}{4}$	0	0
0	0	$-\frac{a^3}{6}$	$-\frac{a^3}{6}$	0	0	0	0	0	$-\frac{a^3}{4}$	0	0	0	$-\frac{a^3}{4}$	0	0
0	0	0	0	$\frac{a^2}{6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$a^2$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{6}$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{4}$	$\frac{a^2}{4}$	0	0	$\frac{a^2}{4}$	$\frac{a^2}{4}$
0	0	0	0	0	0	$-\frac{a}{6}$	$-\frac{a}{6}$	$-\frac{a}{4}$	0	0	0	$-\frac{a}{4}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-\frac{a^3}{6}$	$-\frac{a^3}{6}$	$-\frac{a^3}{4}$	0	0	0	$-\frac{a^3}{4}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-\frac{a}{4}$	$-\frac{a}{4}$	$-\frac{a}{6}$	0	0	0	$-\frac{a}{6}$	0	0	0
0	0	$-\frac{a}{4}$	$-\frac{a}{4}$	0	0	0	0	0	$-\frac{a}{6}$	0	0	0	$-\frac{a}{6}$	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{a^2}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{6}$	$\frac{a^2}{6}$	0	0	$\frac{a^2}{6}$	$\frac{a^2}{6}$
0	0	0	0	0	0	$-\frac{a^3}{4}$	$-\frac{a^3}{4}$	$-\frac{a^3}{6}$	0	0	0	$-\frac{a^3}{6}$	0	0	0
0	0	$-\frac{a^3}{4}$	$-\frac{a^3}{4}$	0	0	0	0	0	$-\frac{a^3}{6}$	0	0	0	$-\frac{a^3}{6}$	0	0
$\frac{a^2}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^2}{6}$	$\frac{a^2}{6}$	0	0	$\frac{a^2}{6}$	$\frac{a^2}{6}$
$\frac{a^4}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^4}{4}$	0	0	0	0	$\frac{a^4}{6}$	$\frac{a^4}{6}$	0	0	$\frac{a^4}{6}$	$\frac{a^4}{6}$

$$^2) = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



のプロット

ロジカル相)

# Alpha状態の行列積表示と転送行列

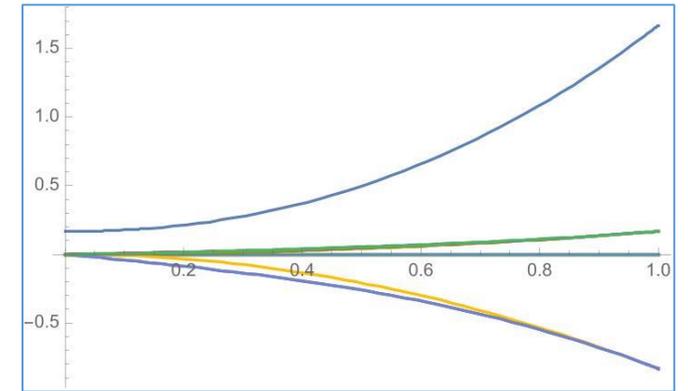
## ■ 行列積表示

●  $|\Phi_\alpha^{S=2}\rangle = \sum_{\sigma} c_{\sigma} |\sigma_1\rangle \cdots |\sigma_L\rangle \quad (\sigma_x = 0, \pm 1, \pm 2) \quad c_{\sigma} = \text{Tr}[A^{(\sigma_1)} \cdots A^{(\sigma_L)}]$

$$A^{(-2)} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(-1)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha^2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -\alpha^2 & -\alpha^2 \end{pmatrix} \quad A^{(+1)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha^2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^{(+2)} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ 転送行列 $\tilde{A} = \sum_{\sigma=-1}^1 A^{\sigma} \otimes A^{\sigma}$

- 固有値は右図のようになった。(横軸は $\alpha$ )
- 絶対値最大の固有値とそのほかの間に常にギャップが存在
- 相関距離 $\xi$ は発散しない



図：固有値のプロット

時間反転対称性を保ったままVBS状態とゼロ状態をつなげられる。

➡ VBS状態は自明なSPT相に属する。(SPT相=対称性に守られたトポロジカル相)

# 目次

■  $S=1$

■  $S=2$

■ まとめ

# まとめ

- $S$ が整数のときスピン $S$ の1次元ハイゼンベルクモデル  $\hat{H} = \sum_{x=1}^L \mathbf{S}_x \cdot \mathbf{S}_{x+1}$  の基底状態はspin singletから作られるVBS状態に近い。
- 本卒業研究ではVBS状態と自明なゼロ状態を連続につなぐAlpha状態を提唱した。
- $S=1,2$ のAlpha状態の相関距離は有限であり、相転移を経ずにVBS状態とゼロ状態がつながることがわかった。
- $S=2$ のAlpha状態は時間反転対称性を持っているが、 $S=1$ の場合は時間反転対称性を破る。したがって、 $S=2$ のVBS状態とゼロ状態は同じSPT相に属し、 $S=1$ の場合は異なったSPT相に属する。
- 一般の $S$ についても同じ考えで奇数と偶数の相違が理解できる。